진동을 이용한 설비 진단 2

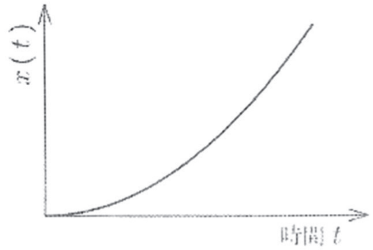
정정호 / 공학박사 · 건재환경팀 선임연구원

자동차 엔진에 시동을 걸면 미세한 흔들림이 차체에 전해지고 이것을 몸으로 느끼는 일이 있다. 컴퓨터의 하드디스크 드라이브가 회전하고 있을 때 컴퓨터에 손을 대어보면 작게 흔들리고 있는 것이 손끝으로 감지된다, 또한 지진에 따라서는 건물까지도 크게 진동하게 된다. 이와 같이 흔들려 움직이는 현상을 일반적으로 진동현상이라고 부르고 있다. 더욱이 진동이 음의 발생으로 이어지는 경우도 많으며 진동과 소음은 사회적으로 큰 문제가 되고 있다.

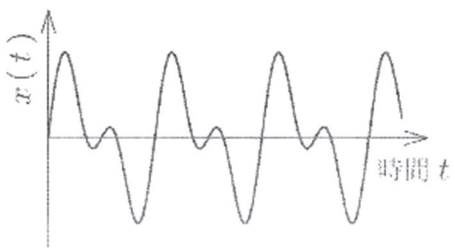
일반적으로 기계는 많은 부품으로 구성되고 이들이 일정한 구속 하에서 운동을 반복하여 기계의 기능을 발휘한다. 따라서 기계가 움직이는 것에 수반하여 시간과 함께 변동하는 힘이 발생하고 이 힘이 구조물을 진동시킨다. 이와 같이 그 크기는 다양하지만 기계는 본질적으로 진동이 발생하기 쉬운 구조로 되어 있다고 할 수 있다. 본 고에서는 설비진단에 기반이 되는 진동현상의 기본원리에 대하여 다루고자 한다.

1. 운동, 진동이란?

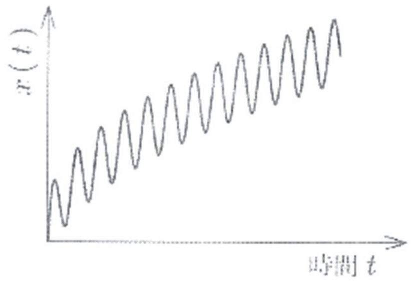
시간과 함께 변동하는 움직임에는 여러 가지의 형태가 있다. 예를 들면 [그림 1]에서 가로축은 시간(t), 세로축은 어느 기계의 어느 부분 어느 방향의 위치를 표시하고 있다고 하면 [그림 1](a)에서는 시간 0의 위치로부터 1 방향으로 점점 멀어져 가고 있지만 그다지 미세한 변동은 하고 있지 않다. [그림 1](b)에서는 시각 0의 위치로부터 +측과 −측을 왔다 갔다 하고 있다. [그림 1](c)에서는 크게 이동하면서 그 위에 미세한 변동이 더해지고 있다. 이들 그림과 같이 가로축에 시간을 취하고 여러 가지 파라미터가 시간과 함께 어떻게 변화하는 가를 나타내는 파형을 시간이력파형이라고 부르고 있다. [그림 1](a)의 파형은 예를 들면 자동차의 주행상태와 같이 큰 움직임을 나타내고 있다. 일반적으로 이와 같은 현상을 운동이라고 부른다. [그림 1](b)는 앞 절의 엔진, 하드 디스크 및 지진의 예와 같이 어느 위치 주변을 변동하는 파형으로 이와 같은 경우를 일반적으로 진동(Vibration)이라 한다.



(a) 운동을 표시하는 파형



(b) 진동을 표시하는 파형

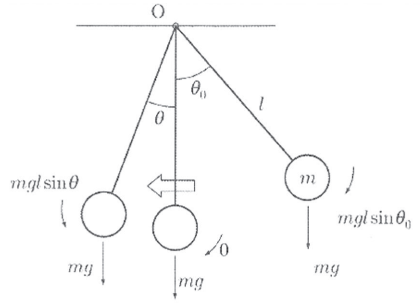


(c) 운동과 진동이 혼재하는 파형

【그림 1】 파형의 예

진동이란 어느 물리량이 평균적인 값을 중심으로 하여 그 주위를 반복하여 변동하는 현상을 말한다. [그림 1](c)와 같은 파형은 이들이 혼재된 파형으로 진동의 일종이기도 하지만 이하에서는 주로 1(b)와 같이 어느 위치 부근에서 변동하는 현상을 진동으로써 취급한다. 또한 변동하는 물리량으로써는 변위(위치), 속도 및 가속도 등의 움직임을 표시하는 경우가 일반적이지만 힘, 압력, 온도 및 전기신호 등에서도 이와 같이 변동하는 파형을 하고 있는 것을 진동으로 취급하는 경우도 있다.

진동은 어떤 곳에서 발생하는 것일까? 진동 발생에는 어떠한 조건이 만족되고 있는 것일까? 지금 [그림 2]의 질량 m인 질점과 길이 ℓ의 실로 이루어진 진자를 예로 들어 진동하기 위해 필요한 요소를 고려한다. 진자를 어느 각도 θ까지 들어 올려서 살며시 놓으면 진자는 하향의 중력 mg에 의해서 지점 O의 주위로 시계방향으로 회전시키려고 하는 모멘트를 받는다. 이러한 모멘트 때문에 진자는 점점 속도를 증가하면서 최하점에 가까워진다. 최하점에서 속도는 최대가 되고 중력에 의한 모멘트는 작용하지 않는다. 그러나 질량을 가진 진자의 질점은 관성에 의해 최하점을 통과한다.



【그림 2】 진동의 발생 메커니즘

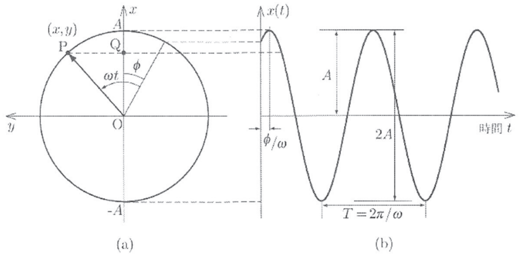
최하점을 통과한 후는 중력에 의한 모멘트가 반시계방향으로 작용하기 시작하기 때문에 질점은 속도를 서서히 떨어드리면서 또 한쪽 끝까지 오르고 속도는 0으로 된다. 이는 중력에 의한 복원 모멘트와 질량에 의한 관성이 서로 크기를 바꾸어 가면서 변화하는 것을 알 수 있다. 물체가 진동하기 위해서는 관성을 발생시키는 질량과 정적 평형위치로 되돌리는 복원강성(restoring stiffness) 요소가 필요하다. 이것이 진동의 발생에 필요한 요소이다. 한편 공기에 의한 저항으로 진자는 서서히 진동이 감소되는데 이와 같이 진동이 감소되는 것을 감쇠(damping)라 한다.

2. 파형과 진동

진동파형 중에는 여러 가지가 있으며 물체가 규칙적으로 진동을 반복하고 있을 때의 파형은 정현함수로 표시된다. 진동현상으로 나타나는 기본적인 파형을 갖는 진동인 조화진동(harmonic vibration)은 다음과 같다.

조화진동은 원운동과 관련하여 생각하면 이해하기 쉽다. [그림 3]에서와 같이 직교 좌표계 $O-xy$에서 점 P가 원점 O를 중심으로 하는 반경 A의 원 위를 일정 각속도 ω(rad/s)로 반시계방향으로 회전하는 경우 $t'=0$에서 점 P는 x축으로부터 시계방향으로 ϕ(rad)의 각도의 위치에 있을 경우 시각 t 에서의 점 P의 x방향 성능 $x=\overline{OQ}$ 는 다음 식으로 나타낸다.

$$\chi = A\cos(\omega t - \phi) \qquad \text{【식 1】}$$



【그림 3】 원운동과 조화운동

조화운동이란 일정 각속도로 원운동을 하는 점의 원의 직경을 통과하는 면에의 투영으로 표시된다(그림 3 참고). 식 1의 진동은 다음과 같이 2개의 정현함수(sine function)와 여현함수(cosine function)의 합으로 표시된다.

$$\chi = A\cos(\omega t - \phi) = \mathrm{C}\cos\omega t + \mathrm{D}\sin\omega t \qquad \text{【식 2】}$$

여기서 C,D는 정수이며 $A=\sqrt{\mathrm{C}^2+\mathrm{D}^2}$, $\phi = \tan^{-1}(\mathrm{D/C})$이다. 점 P의 방향 y성분은 다음 식으로 표현된다.

$$y = A^{\sin(\omega t - \phi)} \qquad \text{【식 3】}$$

이 경우에도 조화진동을 표시하는 것이 가능하다. 진동현상만을 고려하면 정현함수이든 여현함수이든 본질적으로 서로 다르지 않다. 이는 시간변수를 t로부터 t´로 변환하고 시간의 원점을 변경하여 t´ = t−π/2ω로 두면,

$$A^{\cos(\omega t - \phi)} \Longrightarrow A^{\cos[\omega(t-\frac{\pi}{2\omega})-\phi]} = A^{\sin(\omega t' - \phi)}$$

로 되어 식 3과 같은 형태의 함수로 되는 것을 알 수 있다.

횡축에 시간 t를 잡고 이 함수 χ를 도시한 것이 [그림 3](b)이다. 파형은 완만한 정현파이다. 식 1에서 표시되는 점 Q의 χ축 상의 왕복운동을 조화진동 또는 단진동(simple harmonic vibration)이라 한다. [그림 3](b)는 시간이력파형에서 A(m)는 진폭 혹은 편진폭이라 한다. 진폭 A는 진동의 크기를 표시하고 진폭이 클수록 진동이 크다거나 또는 심하다고 한다. 또한 $2A$(m)를 전진폭 또는 양진폭(peak to peak value, p-p 값), $\omega t - \phi$(rad)를 위한(phase), $-\phi$는 시각 t=0일 때의 위상으로 되기 때문에 초기위상 또는 초기위상각이라 부른다.

조화진동은 주기적이다. 그 주기성을 표시하는 그림 내의 시간간격 T(s)를 주기라고 부른다. 1주기가 경과하면 다시 같은 파형이 반복된다. 삼각함수에서는

$$A\cos(\omega t + 2\pi) = \cos\omega t \qquad \text{【식 4】}$$

과 같이 위상각이 2π증가하면 같은 값이 반복되기 때문에,

$$\omega T = 2\pi \qquad \text{【식 5】}$$

이라는 관계가 성립한다. [그림 3](a)의 점 P가 원 위를 1회전하는 시간을 T라고 해도 이해가 될 것이다. 따라서 주기와 각속도의 관계는

$$T = 2\pi/\omega \ (\mathrm{s}) \qquad \text{【식 6】}$$

로 된다. 이 각속도 ω(rad)를 각주파수(angular frequency) 또는 원주파수(circular frequency)라고 한다. 주기 T는 같은 파형이 반복되는 시간이기 때문에 그의 역수는 단위시간당에 같은 파형이 반복되는 회수로 된다. 이 값을 주파수(frequency)라 하고 통상 $f(Hz)$로 표현된다. 주기 T각주파수 ω와의 관계는 다음 식과 같다.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \text{【식 7】}$$

여기서 표시한 각종 기호의 단위를 다음과 같이 정리한다, 진폭 A는 x와 같은 길이(m)의 단위이다. 주기 T는 시각 t와 같은 시간(s)의 단위이며, 통상은 초(s)를 이용하는 경우가 많다. 시간으로 초를 이용하는 경우에는 각주파수는 그 회전수가 1분당의 회전수로 표현되는 경우가 많기 때문에 rpm(revolution per minute)으로 주파수가 표현되는 경우도 있다. 1분당의 회전수를 N(rpm)으로 하면 N과 ω,f의 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\omega=\frac{2\pi N}{60}=\frac{\pi N}{30} \quad f=\frac{N}{60} \qquad \text{【식 8】}$$

주파수가 높으면 물체는 단위시간당 반복수가 많게 된다. 진동에 동반하여 소리가 발생하는 경우는 주파수가 높으면 높은 음으로 주파수가 낮으면 낮은 음으로 들린다.

3. 진동 크기의 표시

[그림 3](b)에 나타낸 정현적인 진동파형 $x=A\cos(\omega t-\phi)$의 진동 크기를 정의하자. 진동의 크기를 표시하는 지표에는 편진폭(피크치), 양진폭(peak-peak 값: p-p치), 평균치 및 실효치(rms치; root mean square)가 있다. 시간 t의 함수로 주기 $T=2\pi/\omega$를 갖는 진동파형 $x(t)=A\cos(\omega t-\phi)$에 대해서 이들은 아래와 같이 정의된다.

편진폭 : A 【식 9(a)】

양진폭 : $2A$ 【식 9(b)】

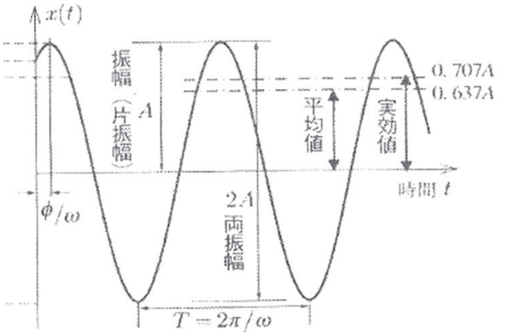
평균치 : 【식 9(c)】

$$\frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|\,dt=\frac{2}{\pi}A=0.637A$$

실효치 : 【식 9(d)】

$$\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}=\frac{2}{\sqrt{A}}=0.707A$$

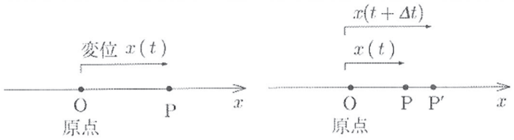
이들 값이 클수록 진동은 크고 또한 심하다. x(t)가 변위, 속도 및 가속도를 나타낼 때 이들의 지표는 각각 m, m/s, m/s^{2}의 단위를 갖는다. 예를 들면 진폭 A, 각주파수 ω의 정현적인 진동파형에서 편진폭, 양진폭, 평균값 및 실효값을 비교하여 그림으로 표시한 것이 [그림 4]이다.



【그림 4】 진폭의 표시방법

4. 변위, 속도 및 가속도

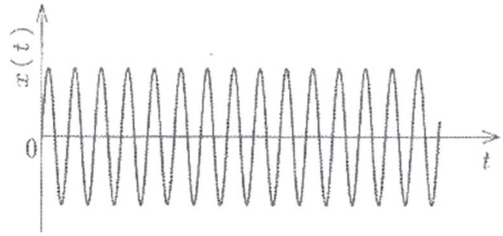
기계의 진동이 문제가 되는 경우 측정대상이 되는 물리량은 여러 가지가 고려될 수 있지만 그 중에서 기본적인 것은 기계 진동 그 자체를 나타내는 변위(위치), 속도 및 가속도이다. 위의 3가지 물리량은 1방향으로만 진동하는 경우를 예로 들어 설명한다.



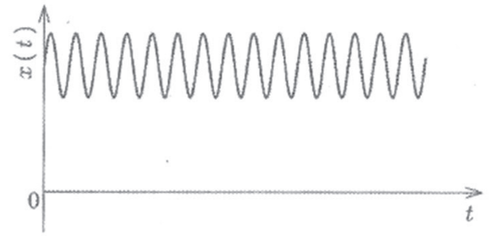
【그림 5】 변위 및 속도

[그림 5]에서와 같이 점 P가 수평선 위를 움직이는 경우 이러한 운동을 표현하기 위해 기준 위치를 설정한다. 그림 중의 점 O를 원점으로 한다. 점 P의 변위(displacement)란 원점에서 볼 때의 점 P의 위치를 시간의 함수로써 취한 것이다. 원점에서 본 점 P의 좌표를 x로 하고 x의 양(+)의 방향을 오른쪽으로 한다. 점 P의 변위가 시간 t의 함수인 것을 명기하기 위해 로 쓴

다. 점 P가 원점보다도 오른쪽에 있을 때에서는 $x(t) > 0$이며 왼쪽에 있을 때에는 $x(t) < 0$로 된다. 점 P의 변위가 [그림 6]에서와 같이 변동하고 있을 때 점 P는 원점을 중심으로 하여 좌우로 조화진동하고 있는 것으로 된다. 만약 점 P의 변위가 [그림 7]과 같이 변동하고 있을 때 점 P는 원점 이외의 양의 위치에 있는 임의 점을 중심으로 하여 좌우로 작게 조화진동하고 있다.



【그림 6】 전형적인 진동파형의 예



【그림 7】 기준점이 떨어져 있는 경우의 변위파형

속도와 변위의 관계는 시간 t에서 점 P의 위치를 $x(t)$라고 하면, 시간 t에서 미소시간 Δt만큼 경과한 시각 $t+\Delta t$에서의 점 P의 위치 P'의 변위는 $x(t+\Delta t)$이다. 여기서 점 P에서 P'로의 미소 이동량을 Δx라 한다. 시간 Δt의 사이에 점은 P에서 P'으로 이동하였기 때문에 그 사이의 평균적인 변위의 변화율은 [식 10]과 같다.

$$\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad 【식\ 10】$$

이것을 시간 Δt사이의 평균속도라 한다. 여기서 Δt를 0으로 접근시키면 그 극한치가 존재한다고 하여

$$\upsilon(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \dot{x}(t) \qquad 【식\ 11】$$

으로 둔다. $\upsilon(t)$는 변위 x를 시간으로 미분한 것 또는 다른 표현을 하면 변위의 시간 에서 의 기울기이다. 이 $\upsilon(t)$를 속도(velocity) 또는 순간 속도라 한다. 진동에서는 뉴턴이 사용한 기호를 사용하여 속도를 [식 12]와 같은 형태로 간략하게 표현한다. 속도의 단위는 [m/s] 이다.

$$\upsilon(t) = \frac{dt(t)}{dt} = \dot{x}(t) \qquad 【식\ 12】$$

속도 $\dot{x}$를 시간으로 미분한 것 또는 속도 x의 시간 t에서 기울기가 가속도(acceleration) $\alpha(t)$이며 변위 x의 시간 t에 관한 2계 미분이기도 하다. 가속도의 단위는 [m/s2] 이다.

$$\alpha(x) = \ddot{x} = \frac{\dot{x}}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad 【식\ 13】$$

만약 점 P의 변위가 다음 식과 같이 조화진동을 하고 있을 때,

$$x(t) = A\cos(\omega t - \phi) \qquad 【식\ 14】$$

속도 υ와 가속도 α는 아래 식과 같다.

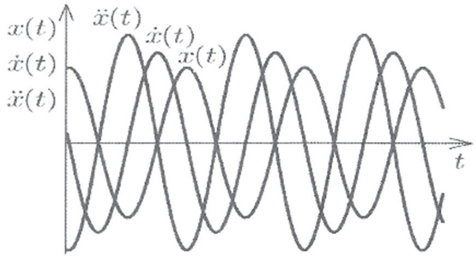
$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t - \phi) = -A\omega\sin(\omega t - \phi + \pi/2)$$

【식 15】

$$\upsilon = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 s\cos(\omega t - \phi) = -A\omega^2\cos(\omega t - \phi + \pi)$$

【식 16】

따라서 변위, 속도 및 가속도의 주파수는 모두 같으며 속도 및 가속도는 변위에 대해서 각각 $\pi/2$ 및 π 만큼 위상이 앞서고 있다는 것을 알 수 있다. 조화진동을 하는 점의 변위, 속도 및 가속도의 파형의 예는 [그림 8]과 같다.



【그림 8】 조화진동 $A\cos(\omega t-\phi+\pi)$의 변위 $x(t)$, 속도 $\dot{x}(t)$ 및 가속도 파형

진동의 크기만을 평가하기 위해 속도와 가속도의 크기를 표시하는 진폭을 각각 υ, α로 둔다. 이때 $|\cos(\omega t-\phi)|=|\sin(\omega t-\phi)|=1$이기 때문에 [식 15]와 [식 16]으로부터 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$|\upsilon|=\omega A=2\pi f A,\quad |\alpha|=\omega^2 A=(2\pi f)^2 A=\omega|\upsilon| \qquad 【식\ 17】$$

여기서 f : 주파수 (Hz), ω : 각속도 (ω = 2πf, rad/s)

속도 진폭은 변위 진폭의 각주파수의 배, 각속도 진폭은 변위 진폭과 각주파수 2승의 곱이다. 주파수가 높을수록 예로 진폭이 적더라도 가속도 진폭은 크게 되는 것에 주의해야 한다.

진동을 측정하는 경우 변위계, 속도계 및 가속도계가 사용된다. 변위계의 데이터로부터 속도와 가속도를 속도계의 데이터로부터 가속도를 구하기 위해서는 미분기를 통과시키면 좋지만 계측 데이터를 미분하는 것은 노이즈 대책 때문에 하지 않는다. 한편 진동 측정에 자주 이용되는 가속도계의 데이터를 적분기를 통해서 속도와 변위를 구한다. 지금 점 P의 가속도 $\alpha(t)$가 다음 식과 같은 진동파형이라고 할 경우

$$\alpha(t)=A\cos(\omega t-\phi) \qquad 【식\ 18】$$

속도 $\upsilon(t)$와 변위 $x(t)$는 아래와 같이 적분함으로서 구할 수 있다.

$$\upsilon(t)=\int\alpha(t)dt=\frac{A}{\omega}\sin(\omega t-\phi),$$

$$x(t)=\int\upsilon(t)dt=-\frac{A}{\omega^2}\cos(\omega t-\phi) \qquad 【식\ 19】$$

5. 운동의 법칙

진동의 이론을 고려하는 경우에 기본이 되는 법칙으로는 뉴턴의 운동법칙이 있다.

5.1 제1법칙 (관성의 법칙)

외력을 받지 않는 물체는 그 운동 상태를 바꾸지 않고 계속 정지하거나 등속 직선운동을 지속한다. 제1법칙이 성립하는 공간을 관성계(inertia system)라 한다.

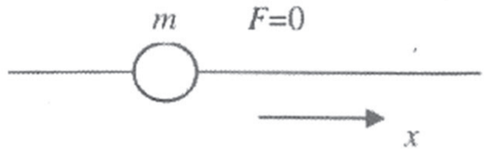
5.2 제2법칙 (가속도의 법칙, 운동방정식)

물체에 외력 F가 작용할 때 물체의 가속도 $\ddot{x}$는 물체의 질량 m에 반비례하고 힘 F에 비례한다.

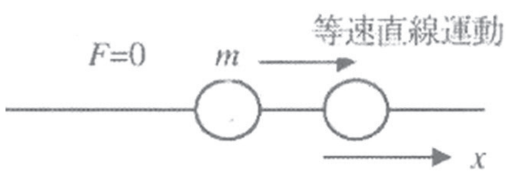
$$\ddot{x}=\frac{F}{m} \quad \text{또는} \quad F=m\ddot{x} \qquad 【식\ 20】$$

물체에 외력이 작용하지 않을 경우 가속도가 0이 아니면 안 된다. 가속도가 0이란 일정 속도를 의미하며 일정 속도에는 속도υ=0(정지 상태)도 포함된다.

일정 속도인지 정지 상태인지는 최초 상태에 의존하며 [그림 9]에서와 같이 물체에 외력이 작용하지 않는 경우 최초에 정지하고 있다면 계속 정지하고 운동하고 있다면 일정 속도의 직선운동이 된다. 이것을 식으로 표시하면 다음 식과 같다.



(a) 최초 정지하고 있던 물체



(b) 최초 움직이고 있던 물체

【그림 9】 외력이 작용하지 않는 물체의 운동

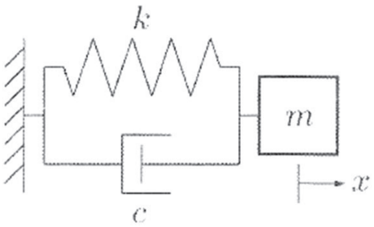
만약 물체에 외력이 작용하지 않을 경우(F=0) [식 20]으로부터 $\ddot{x}$=0로 되며 이를 적분하면 $\dot{x}$=c_1, $\dot{x}$=c_1t+c_2 로 된다. 여기서 c_1, c_2는 적분상수이다. 최초에 물체가 정지하고 있다면 t=0 에서 x=0, $\dot{x}$=0로 하며 c_1=c_2=0 을 얻는다. 따라서 x=0, $\dot{x}$=0으로 되고 최초 정지하고 있으면 계속 정지하게 된다. 다음으로 초기속도 를 가지고 있으면 t=0에서 x=0, $\dot{x}$=v_0로 x=v_0t로 되어, 등속직선운동을 한다.

5.3 제3법칙 (작용 • 반작용의 법칙)

2개의 물체가 서로 간에 힘을 미칠 때 2개의 힘의 크기는 같고 반대 방향이다. 벽을 손으로 눌러본다. 벽은 그래도 움직이지 않는다. 이 때 벽은 크기가 같으며 힘을 손에 작용한다. 손으로부터 벽의 힘을 작용력, 벽으로부터 손으로 작용하는 힘을 반작용력이라 한다. 작용력과 반작용력은 항상 한 상의 형태로 생기며 크기가 같고 반대방향이다.

6. 진동계의 구성요소

진동계를 표시하는 가장 간단한 모델은 [그림 10]과 같이 관성을 표시하는 질량, 강성을 표시하는 스프링 및 감쇠를 표시하는 감쇠기로 구성된 모델이다. [그림 10]은 모델의 질량 m의 기계를 방진고무 등의 제진재로 지지한 것으로 방진고무를 스프링정수 k의 스프링과 점성감쇠계수의 감쇠기가 병렬로 나열되어 있는 것으로 모델화한 것이다. 스프링과 감쇠기의 일반을 고정하고 반대 측 단에 질량 m을 접속한 계로 질량에는 외부로부터의 힘 f(t)가 가해지고 있다. 이하의 힘의 설명에 있어서 스프링이나 감쇠기로부터 질량에 가해지는 힘을 F, 질량으로부터 스프링이나 감쇠기에 가하는 힘F′ 을 으로 한다.



【그림 10】 1자유도의 스프링 • 질량 • 감쇠계

6.1 질량

뉴턴의 제2법칙에 의하면 질량 m인 물체에 x 방향으로 외력 F를 가한 경우에 생기는 가속도를 $\ddot{x}$라고 하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$m\ddot{x} = F \qquad 【식\ 21】$$

따라서 어떤 구속도 없는 물체에 힘 F를 가할 때의 가속도가 $\ddot{x}$이라면 물체의 질량 m은

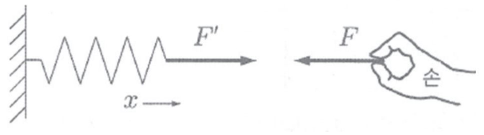
$$m = F/\ddot{x} \qquad 【식\ 22】$$

으로 얻어진다.

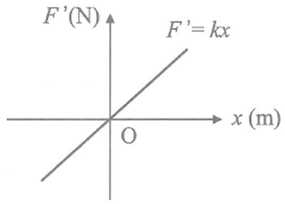
실제로 질량을 측정하는 간단한 방법은 무게 mg를 중력으로써 측정하고 그것을 중력가속도 g로 나누면 얻어진다. 질량이 다른 물체에 같은 크기의 힘을 작용시키면 [식 21]로부터 질량이 큰 물체의 가속도가 작게 되는 것을 알 수 있다. 가속도가 작다고 하는 것은 운동의 변화가 일어나기 어려운 것을 의미한다. 따라서 질량은 병진운동의 변화를 일으키기 어려움을 표시하는 물리량이다. 질량의 크기는 SI 단위에서는 kg으로 표시된다. 예를 들면 밀도가 0이고 체적이 V인 물체의 질량은 ρV이다.

6.2 스프링

[그림 11]과 같이 늘어나거나 줄어들지 않은 자연 길이의 스프링에 대해서 스프링의 길이 방향으로 힘 F′를 작용시키면 힘과 같은 방향으로 힘의 작용점이 변화한다.



【그림 11】 스프링의 변형과 복원력



【그림 12】 스프링의 특성 (k : 기울기 N/m)

전형적인 스프링의 하나인 코일 스프링의 경우에는 가해진 힘 F′와 변위 x는 [그림 12]에서와 같이 직선으로 표시된다. x〉0의 영역은 스프링의 늘어나는 경우 x〈0의 영역은 스프링이 압축되는 경우를 표시한다. 작용력과 스프링의 변형력은 비례한다고 한다.

$$F = kx \qquad \text{【식 23】}$$

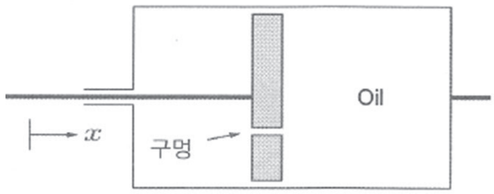
라는 형태로 표현된다, 여기서 κ는 [그림 12]의 기울기(k=tanθ)를 표시하며 스프링 정수라고 한다. [그림 12]와 같이 직선으로 표현되는 특성을 갖는 스프링을 선형스프링(linear spring)이라고 하며 스프링 정수 는 그의 이름과 같이 정수로 된다. [식 23]은 후크의 법칙(Hook's law)으로도 불린다. 선형 스프링의 스프링정수 F′와 x를 알고 있다면 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$k = F/x \qquad \text{【식 24】}$$

[그림 12]의 스프링의 변형을 다시 한 번 고려한다. 손으로 스프링에 작용시킨 힘 F′에 의해 스프링의 끝은 x만큼 변위되었다. 이 상태에서는 질량이 없는 것으로 하고 있기 때문에 스프링으로부터 손에는 F′와 크기가 같고 역방향의 힘 F=−F=−kx가 작용하여 힘의 평형이 유지되고 있다.(작용−반작용의 법칙이라고 함.) 이러한 스프링으로부터 손에 작용하는 힘 F=−kx를 스프링의 복원력(restoring force)이라고 한다. 스프링에는 항상 변형되지 않는 원래의 위치로 되돌리려는 복원력이 생긴다. 스프링 특성을 갖는 코일스프링 이외에도 여러 가지가 있으며 기계나 구조물, 유체 등의 스프링과 질량이 연속하여 분포하고 있는 것으로 진동하는 것에는 기본적으로 어느 정도의 강성이 있다고 생각해도 좋다. 또한 진자와 같이 중력의 복원력을 이용하는 것도 있다.

6.3 감쇠기

[그림 10]에 포함된 다른 하나의 요소가 감쇠이다. 감쇠의 대표적인 것으로 [그림 13]과 같은 감쇠기가 있다. 일반적으로 감쇠는 [그림 10]의 진동계 모델 그림을 감쇠기 그림을 이용하지만 [그림 13]의 오일감쇠기는 그림과 유사한 형태로 되어 있다.



【그림 13】 유체(기름) 감쇠기

손을 사용하여 실린더 내에 봉입된 오일에 작은 구멍이 있는 피스톤 혹은 실린더와의 사이에 틈새가 있는 피스톤을 힘 F′으로 이동시키면 피스톤은 오일로부터 피스톤의 이동속도 $\dot{x}$에 비례한 저항력을 받는다. 스프링의 경우도 마찬가지로 선형의 점성 감쇠의 경우에는 점성감쇠계수를 c라고 한다면 이하의 관계가 성립한다.

$$F = c\dot{x} \qquad \text{【식 25】}$$

또한, F 과 $\dot{x}$를 알고 있다면

$$c = F/\dot{x}$$

위의 식으로부터 c를 계산할 수 있다. 점성감쇠계수 c는 단위가 N • s/m가 된다. 역으로 작용하는 반작용의 관계로부터, 오일로부터 피스톤으로 크기가 같고 역방향의 저항력 F가 작용한다. 이러한 저항력을 감쇠력(damping force)이라 한다.

$$F = -F = -c\dot{x} \qquad 【식\ 26】$$

일반적으로 감쇠력은 속도 $\dot{x}$의 함수이다. 또한 [그림 10]과 같은 진동계의 모델 그림에서는 점성감쇠정수 c를 감쇠기의 장소에 기록하는 경우가 많다.

6.4 외력

외력(external force)이란 외부로부터 진동계에 가해지는 힘으로 가진력 또는 여진력(exciting force)이라고도 한다. 복원력이나 감쇠력은 상대변위 혹은 상대속도의 관계이지만 외력은 계의 진동에는 영향을 미치지 않는 시간의 함수로써 주어진다. 진동을 고려할 때 외력이란 주기적인 외력과 같이 시간과 함께 변동하는 힘으로 정의된다. 일정한 힘은 정적 변형만을 일으킬 뿐 진동계를 진동시키는 효과는 없다. 외력의 전형적인 예로써 회전체에 질량 불평형(mass unbalance)이 있을 때 회전속도의 제곱에 비례하는 힘이 있다.

7. 울림이 있는 진동파형

주파수가 근접한 2개의 진동파형이 공존하면 [그림 14]에서와 같이 파형에 울림(beat)이 발생한다.

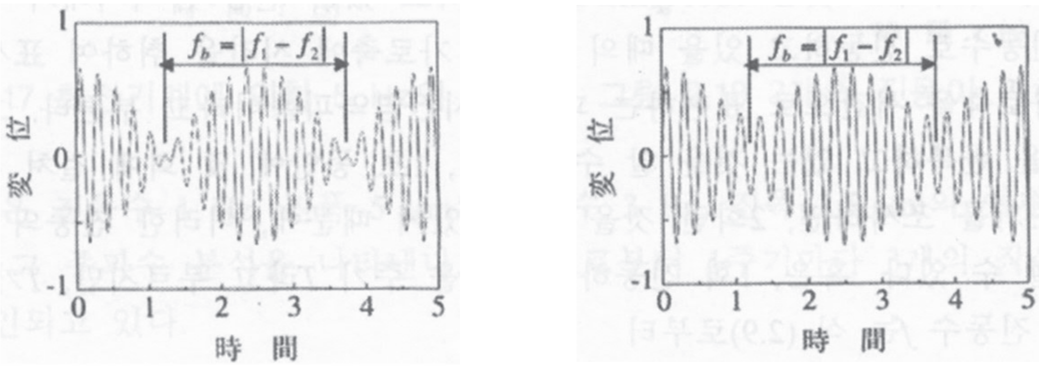
주파수 $f_1 = \omega_1 / 2\pi$, $f_2 = \omega_2 / 2\pi$가 근소하게 다른 ($f_1 \neq f_2$) 2개의 정현파함수의 합을 고려한다.

$$x(t) = D_1 \sin\omega_1 t - D_2 \sin\omega_2 t \qquad 【식\ 27】$$

울림 주파수 f_b는 2개 주파수의 차 $f_b = f_1 - f_2$ 로 된다. 그림에는 근접한 2개의 주파수를 갖는 진동파형이 같은 진폭을 갖는 경우($D_1 = D_2$)와 다른 진동진폭을 갖는 경우($D_1 \neq D_2$)를 나타내고 있다. 울림이 큰 쪽 진폭은 2개 진동진폭의 합($D_1 + D_2$)이며, 울림이 작고 오목해진 곳의 진폭은 2개 진동진폭의 차($D_1 - D_2$)이다.

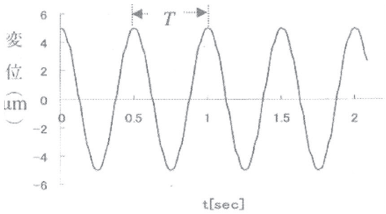
8. 시간 영역과 주파수 영역

진동현상을 평가하는 경우에는 시간 영역(time domain)의 진동파형으로 평가하는 경우와 이것을 주파수 영역(frequency domain)으로

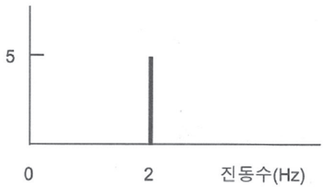


【그림 14】 주파수 차 ($f_b = f_1 - f_2$)를 갖는 울림진동의 파형

변환한 후 평가하는 경우가 있다. 시간 영역 데이터와 주파수 영역 데이터로 부터는 각각 유용한 정보를 얻을 수 있다. 어떠한 정보가 얻어지는가에 대한 예를 들어 설명한다.



【그림 15】 조화진동의 시간파형



【그림 16】 주파수 영역으로 변환한 결과

[그림 15]에 나타내고 있는 것은 120 rpm으로 회전하고 있는 전동기 지지대가 전동기 회전수와 같은 주파수로 진동하고 있을 때의 변위를 가로축에 시간을 취하여 표시한 것이다. 이와 같이 가로축을 시간으로 표현하는 파형을 시간 영역파형이라고 부른다. 그림을 보면 같은 움직임을 반복하고 있는 것을 알 수 있기 때문에 이러한 진동의 주파수는 2 Hz인 것을 알 수 있다. 또는 1회 진동하는 시간을 주기 T라고 부르지만 T가 몇 초인가를 조사하면 주파수 f는 식 7로부터

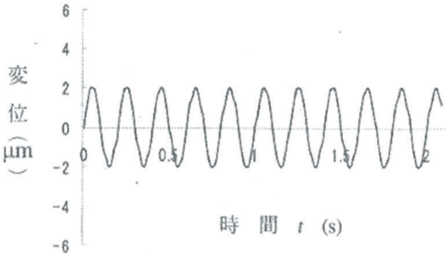
$$f = 1/T \qquad 【식\ 28】$$

의 관계를 이용하면 얻을 수 있다. 또한 그림으로부터 편진폭이 5 ㎛인 것을 알 수 있다.

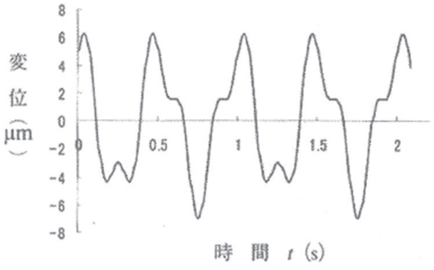
이 파형은 FFT 분석기(FFT analyzer) 등을 이용하면 주파수 영역으로 변환할 수 있다. 주파수 영역으로 변환하면 [그림 16]과 같이 가로축이 주파수가 된다.

[그림 15]의 진동에 어떠한 진동수 성분이 포함되어 있는 가를 나타내고 있다. 세로축은 그 진동 성분의 진폭을 표시하고 있으며, [그림 16]에서는 가로축이 2 Hz인 곳에 편진동 진폭 5 ㎛의 진동이 존재한다는 것을 의미하고 있다. 이와 같이 주파수가 1종류이면 [그림 15]과 같은 시간 영역의 파형이나 [그림 16]과 같은 주파수 영역의 데이터라고 하더라도 똑같은 정보를 얻을 수 있다. 이와 같은 파형은 수학적으로는 삼각함수를 이용해서 표현하는 것이 가능하여 조화진동이라고 부른다.

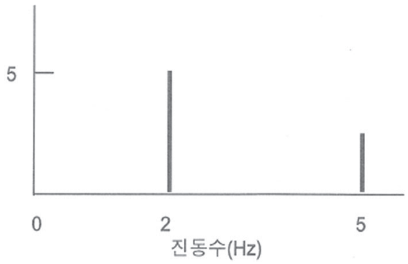
전동기 지지대에 별도의 회전기계의 진동이 가해지는 경우를 고려하면 [그림 17]에 회전기계에 의한 전동기 지지대 진동의 시간 영역 파형(진폭 2 ㎛, 진동수 5 Hz)을 나타내고 있다. 전동기는 정지하고 있고 진동은 발생하고 있지 않다. 전동기와 회전기계가 모두 운전되고 있는 경우에 전동기 지지대에서의 진동 변위를 측정하면 시간 영역 변위 파형은 [그림 15]와 [그림 17]이 모두 더해진 것으로 [그림 18]과 같은 파형으로 된다. 이 파형으로부터 변위의 최대치를 알 수는 있지만 어떤 주파수 성분(원래 [그림 15]와 [그림 17])이 포함되어 있는 지에 대해서는 대략 파악할 수는 있으나 정확하게 평가하는 것은 어렵다. 한편 FFT 분석기를 이용하여 [그림 18]의 파형을 주파수영역으로 변환한 결과를 [그림 19]에 나타내었다. [그림 18]에 포함되어 있는 주파수 성분은 2 Hz, 5 Hz이며, 각각의 진폭은 5 ㎛, 2 ㎛인 것을 알 수 있다. [그림 18]의 진동파형은 [그림 15]의 진동과 [그림 17]의 진동의 합인 것을 알 수 있다.



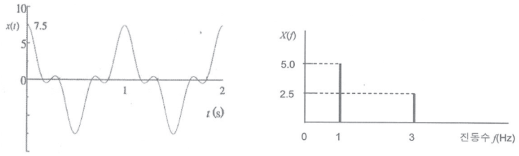
【그림 17】 회전기계에 의한 5Hz 진동



【그림 18】 2개의 진동이 가해진 파형



【그림 19】 주파수 영역으로 변환한 결과



【그림 20】 2개의 조화진동의 합 $x(t)=5\cos 2\pi t-2.5\cos 6\pi t$ 의 파형과 주파수 분석

[그림 20]은 1 Hz, 진폭 5 ㎛의 여현함수의 합의 진동파형과 그 주파수 분석을 나타낸다. 파형으로부터 1주기마다 3개의 작은 피크가 있는 것을 확인할 수 있다.

9. 고유주파수,공진 및 위험속도

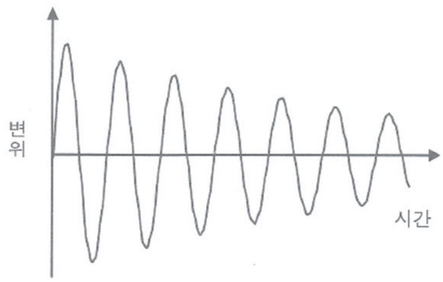
9.1 고유주파수(natural frequency)

고유주파수와 어느 진동계가 자유진동(free vibration)을 하고 있을 때의 진동수이며 일반적으로 f_n이라는 기호로 표현한다. 자유진동이란 진동계에 외력이 가해지지 않은 상태에서 자유로이 진동하고 있는 상태이며 자유진동의 주파수는 진동계의 형상이나 사용되는 재료의 밀도, 탄성률 등에 의해서 결정된다. 따라서 진동계 고유의 성질인 것으로부터 고유주파수라고 부르고 있다. 가진 주파수가 고유주파수에 가까운 경우에는 진동이 아주 크게 되기 때문에 고유주파수가 어떠한 값인가를 알아 두는 것이 중요하다.

실제 기계에 있어서 고유진동수는 이론적으로는 무한개가 존재하며 진동수가 낮은 쪽으로부터 1차 고유주파수, 2차 고유주파수라고 부른다. 또한 주파수 뿐만 아니라 고유진동을 대상으로 하여 1차 모드, 2차 모드로 불리는 경우도 있다. 또한 무한개가 존재한다고 하더라도 실제 문제로 되는 것은 일반적으로 낮은 쪽으로부터 수개를 고려하여 두면 좋은 경우가 많다.

고유주파수는 자유진동의 주파수이기 때문에 대상으로 되는 진동계를 타격(impact) 등의 방법으로부터 자유진동을 일으키면 그때의 진동파형으로부터 진동수를 얻는 것이 가능하다. 타격 방법에 따라서 시간영역의 파형에는 복수의 진동수 성분(각각이 고유주파수)이 섞여서 나타나는 경우도 있지만 적절하게 잘 타격하여 1개의 진동수 성분만이 [그림 21]과 같이 기록되면 주파수를 시간 영역의 파형으로부터 읽는 것이 가능하다.

여러 개의 진동수 성분이 혼재하고 있는 경우라도 FFT 분석기로 주파수 영역으로 변환하면 그 주파수를 특별하게 결정하는 것이 가능하다. 실제 문제의 경우에는 감쇠가 어느 정도 존재하기 때문에 자유진동의 파형은 진폭이 일정한 조

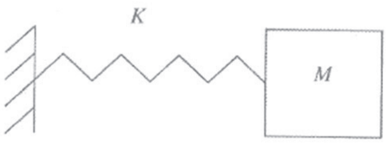


【그림 21】 자유진동파형 (1개의 진동성분)

화진동과는 달리 진폭은 조금씩 감소하여 가지만 감쇠가 크지 않으면 고유주파수를 구하는 것이 가능하다.

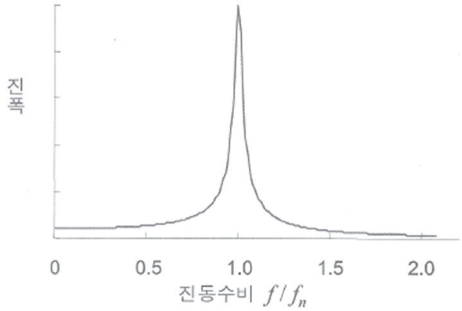
9.2 공진(resonance)

진동계가 외력에 의해서 진동하고 있는 상태를 강제진동(force vibration)이라고 한다. 공진이라 강제진동에 있어서 진동계에 가해지는 가진력의 주파수 즉 가진 주파수(exciting frequency) f와 그 진동계의 고유주파수 f_n이 거의 일치한 때에 발생하는 진동진폭이 대단히 크게 되는 현상이다. 일반적으로 진동계가 공진하고 있는 상태는 그 진동계로서는 바람직한 상태가 아니고 공진이 이상진동의 원인으로 되는 경우도 많다.



【그림 22】 1자유도 스프링 • 질량계

예를 들면 [그림 22]와 같은 1자유도의 스프링 • 질량계의 질량 부분에 대해서 힘의 진폭이 일정한 정현파 가진력이 가해지는 경우에 가진 주파수를 변화시키면 진동 변위 진폭이 어떻게 변화하는 가를 [그림 23]에 나타내고 있다. [그림 23]의 가로축은 주파수 f 를 고유주파수 f_n으로 나눈 주파수비를 표시하고 있으며, $f/f_n=1$ 즉, $f=f_n$의 근방에서 변위진폭이 정상과 달리 크게 되는 것을 확인할 수 있다. 따라서 일반적으로 공진은 이상상태라고 말할 수 있기 때문에 가능하면 회피하는 것이 바람직하다. 만약 공진이 발생한 것을 알 수 있으면 어떠한 대책이 고려되어야 하는 경우가 많다.



【그림 23】 가진 주파수의 변화에 따른 진동진폭

9.3 위험속도 (critical speed)

회전기계에서는 1회전에 1회의 타이밍으로 변동하는 불평형 등에 의한 가진력이 발생한다. 즉 회전수에 대응하는 주파수를 갖는 가진력이다. 일반적으로 회전기계의 회전속도는 매분당의 회전수로 표현되는 경우가 많고 매분 N 회전이라면 N rpm이라고 표현된다. 그것을 매초 당 변환한 $f = N/60$ ㎐가 주파수로 된다.

회전기계가 어느 회전수에서 회전하고 있는 경우 그 회전수에 대응하는 주파수가 그 상태에서의 고유주파수와 일치하는 경우에 공진을 일으켜서 진동이 크게 된다. 그때의 회전기계의 회전수를 위험속도라고 한다.